

Ecole Normale Supérieure d'Oran

Année Universitaire : 2015/2016

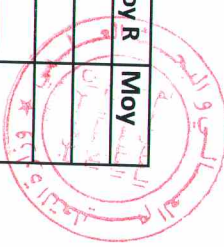
2^{ème} Année PEM Mathématique

Nom de l'enseignant :

Résultat Final du Module :

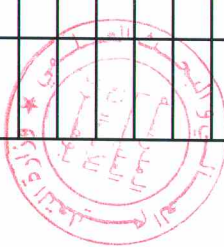
Calcul Différentiel et Equations Différentiel

N°	NOM	PRENOM	DAT_NAI	ETAT	EMD1	EMD2	Moy CC	Synth	Moy Sy	Sup Sy	rat	Moy R	Moy
1	ABAR	FATIMA EL ZOHRA	16/03/1996	N	16,50	09,00							
2	ALLAHI	ZINEB	12/09/1995	N	17,50	10,10							
3	AMAIRI	ASSIA	27/09/1995	N	14,00	11,50							
4	AMARI	HALIMA	09/07/1994	N	16,50	09,00							
5	ARABI	IMANE	29/07/1995	N	05,50	04,10							
6	BAFDOL	ZAKIYA	21/06/1994	N	16,50	13,00							
7	BAGHDADI	SID AHMED	03/04/1996	N	16,00	05,50							
8	BARKAT	NOUNA	15/04/1994	N	17,50	06,00							
9	BELGHIT	WAFI	11/04/1995	N	11,00	05,50							
10	BELHANI	CHAHIRA	18/08/1994	N	14,00	04,00							
11	BELMENOUEUR	MALIKA	03/10/1995	N	14,50	06,20							
12	BELOUD	ASMAA	24/12/1995	N	05,00	04,00							
13	BENADJEMIA	WALIYA	29/06/1996	N	14,00	05,50							
14	BENAMAR	SADIA	10/01/1995	N	10,50	10,50							
15	BENAMARA	LAZREG ABDELBASSET	06/10/1995	N	02,00	05,00							
16	Benameur	Asmaa	08/12/1995	N	12,00	04,00							
17	BENANANE	IBRAHIM	24/01/1995	N	06,00	11,50							
18	BENMAZOUZA	MEBARKA	15/04/1994	N	16,00	08,00							
19	BENNACEUR	MOHAMMED ELKHALDI	19/09/1995	N	12,50	07,00							
20	BENOTSMANE	HAESA	27/04/1995	N	15,75	05,50							
21	BENTATA	IMANE	14/02/1995	N	16,00	05,50							
22	BOUBAGUI	BAKHITA	28/12/1993	N	16,50	10,50							



Osmani Med Hadjis

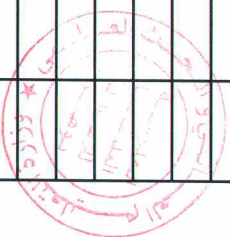
23	BOUCHAKOUR	AHEM	13/03/1995	N	14,00	05,10														
24	BOUDELA	BOUCEKRA	16/03/1995	N	05,00	13,00														
25	Boudlal	Mimouna	01/03/1995	N	10,50	09,00														
26	BOUFADENE	BILLEL	23/04/1995	N	18,00	07,10														
27	BOUGUETTAF	HAYAT	14/06/1994	N	13,50	10,00														
28	BOUHAUS	FATIMA	15/01/1995	N	16,50	11,00														
29	BOUHAMADI	HICHAM	01/04/1995	N	09,00	07,00														
30	BOUHASSOUNE	KAMAL	05/08/1994	N	14,00	11,50														
31	BOUICH	ALI	24/03/1996	N	15,50	11,50														
32	BOUMEZRAG	AICHA	27/06/1995	N	14,50	06,50														
33	BOUTCHACHA	MAROUA DOUNIA	07/09/1996	N	18,00	14,00														
34	BOUZIDI	HICHAM	04/01/1994	N	13,50	10,50														
35	Brada	sari	03/12/1995	N	09,50	06,00														
36	BRAHIMI	BEKHTA	09/04/1995	N	16,50	09,50														
37	CHAMI	ABIR	11/06/1995	N	11,00	08,00														
38	CHEKAEM	NOUREDDINE	05/10/1995	N	12,50	09,50														
39	DEBIB	BAKHTA	17/08/1995	N	15,50	09,00														
40	DERKAOU	NOUREDDINE	16/10/1995	N	10,00	11,50														
41	DIEBLI	OUSSAMA	13/07/1994	N	13,00	09,00														
42	FIHAKHEIR	MOHAMMED ABDELOUAHHAB	29/07/1994	N	19,00	14,50														
43	GADOUCHE	RIVADH	22/07/1995	N	14,50	08,50														
44	GHANI	AICHA	05/11/1995	N	19,00	11,00														
45	GHEZALA	FATIMA ZOHRA	06/12/1994	N	14,50	06,00														
46	GUENNOUN	HABIB	15/06/1995	N	19,00	09,10														
47	GUERNOUG	FADHILA	30/01/1995	N	16,50	08,00														
48	GUIZ	FATIMA	02/04/1995	N	12,50	10,00														
49	HABAIEB	FATIMA	09/02/1995	N	07,00	09,50														
50	HACHEMI	MOHAMED AMINE	07/04/1995	N	15,50	07,00														
51	HADI OTHMANE	HAFIDA	10/03/1995	N	14,00	07,50														
52	HASSAM	KELTOUM	04/08/1995	N	09,50	08,00														
53	HASSENE DAOUADJI	LYES	26/04/1995	N	11,00	07,00														



Osmani Med Hadjib

54	KACHER	KHEIRA	01/01/1996	N	16,50	13,00													
55	KHADRAOUI	SIHEM	30/09/1996	N	16,50	07,10													
56	KHENATA	SLIMANE	18/03/1994	N	16,50	06,00													
57	KHEROUF	WISSAM	06/08/1995	N	13,00	10,00													
58	KOUIDER	CHAHRAZAD	28/02/1995	N	11,50	07,10													
59	KRAIFI	FATIHA	06/05/1995	N	16,50	10,50													
60	KRIM ARBI	NACERA	02/01/1995	N	04,50	08,50													
61	LAOURI	SIFEDDINE	06/10/1995	N	15,50	09,50													
62	LARBI DAOUADJI	FATMA	08/09/1995	N	16,00	07,50													
63	LATRACHE	ISMAIL	23/09/1995	N	16,00	08,10													
64	MAAMMERI	MAHDIOUBA	13/12/1995	N	15,50	09,10													
65	MADANI	ABDELJABAR	25/09/1995	N	02,50	06,00													
66	MAKHOLOUF	MOHAMED	12/02/1995	N	18,00	10,00													
67	MECELT	ILYAS	02/09/1995	N	16,50	06,10													
68	MECHEHOUD	NASSIMA	16/06/1995	N	16,00	08,10													
69	MEFLAH	SAFIA	29/06/1995	N	17,00	05,50													
70	MEKHATRI	WAHIBA	24/11/1994	N	13,50	07,50													
71	MEKKI DAOUADJI	NABIL	15/09/1995	N	12,00	07,50													
72	MENAD	LADJEL	07/06/1995	N	16,00	07,50													
73	MESSAOUD	FATIHA	28/01/1995	N	14,00	08,10													
74	MILLOUD AMEUR	SAMIRA	22/11/1995	N	17,00	09,10													
75	MORRACH	RABHIA	11/03/1996	N	14,50	08,50													
76	MOULAI	AMRA HALIMA	01/05/1995	N	15,00	10,00													
77	MOUNA	ASMA	02/11/1995	N	17,50	08,00													
78	MOUSSAOUI	NARDJIS	15/01/1995	N	12,50	08,00													
79	Nafa	Faiza	14/05/1995	N	12,50	05,00													
80	SAOULA	ZINEB	01/04/1995	N	12,50	07,00													
81	SEBBA	MOHAMMED TAHAR	08/10/1994	N	17,00	11,00													
82	Senouci	Krime	28/11/1995	N	15,50	07,00													
83	TAIBI	BAKHTA	04/01/1995	N	07,50	07,00													
84	TALHAOUI	ASMAE	26/02/1995	N	18,00	10,50													
85	TIBA	IMEN	01/10/1994	N	16,00	09,00													
86	ZAHRAOUI	SOFIANE	28/07/1995	N	14,00	08,00													

Osmani Med Kadji

87	ZAIANI	SAMIYA	26/03/1995	N	19,00	12,00												
88	ZANZOU	AYADA	28/05/1995	N	17,50	8,00												
89	ZEMOULI	OUSAMA	11/07/1995	N	10,50	7,00												
90	ZENATI	INSAF	02/11/1995	N	16,00	9,00												
91	ZIANI	MALIKA	04/01/1995	N	11,00	9,00												

① Samani Ned Afaelidjib




<p>المدة: 1 سا 30د المادة: الحساب التفاضلي</p>	<p>E.N.S.O ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE D'ORAN المدرسة العليا للأساتذة بهران</p>	<p>السنة: 2016/2015 السداسي الثاني المستوى (PES, PEM) 2^{ème}</p>
--	---	---

التمرين الأول: (7.5 نقاط)

أجب بنعم أو لا مع التبرير:

(1) هل تقبل الدالة $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 3x - 2y + 1$ قيمة حدية عند النقطة

$$M_0 = \left(\frac{-4}{3}, \frac{1}{3}\right) ?$$

(2) هل النقطة $M_0 = (0, 0)$ تمثل نقطة حدية أصغرى للدالة:

$$f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 - 1$$

(3) هل تقبل الدالة $f(x, y) = x^3 + 2xy + y^2 - 1$ نقطة حدية قيمتها $\frac{-31}{27}$ ؟

(4) لتكن $f(x, y)$ دالة $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ تقبل نقطة حرجة $M_0 = (x_0, y_0)$ هل هذا يعني أن

$M_0 = (x_0, y_0)$ هي نقطة حدية؟

(5) هل العبارة التالية صحيحة: من أجل $x \in \mathbb{R}_+^*$ ، $e^x > \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$ ؟

التمرين الثاني: (2.5 نقاط)

أحسب باستخدام عبارة Taylor-lagrange من الدرجة 3، قيمة $\sin(20^\circ)$ و أعط قيمة الخطأ بالتقريب.

التمرين الثالث: (5 نقاط)

لنبحث في المستقيم $x + 2y = 3$ عن أقرب نقطة إلى المبدأ $(0, 0)$ ، علما أن مفهوم القرب هنا هو القرب المسافاتي المعهود.

التمرين الرابع: (5 نقاط)

أدرس طبيعة النقاط الحرجة للدالة التالية:

$$f(x, y) = \cos(x) \sin(y) + \sin^2(x)$$

من أجل

$$(x, y) \in \left] -\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right[\times \left] -\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right[$$

التحريج التفاضلي calcul différentiel

التمرين الأول: 7.15

(1) نعم $(0, 1)$ التحريج تمثل النقطة $M_0(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$ حدية معرف في الدالة $(1, 0)$

(2) لا $(0, 1)$ التحريج: $M_0(0, 0)$ هي نقطة انعطاف $\Delta > 0$ (1)

(3) نعم $(0, 1)$ التحريج الدالة تقبل قيمة حدية هي $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ قيمتها $-\frac{31}{27}$ (1)

(4) لا $(0, 1)$ التحريج مثال محدد: $M_0(0, 0)$ هي نقطة مرتبة للدالة $x^3 + 2xy + y^2 - 1$

لأن $\Delta > 0$ لهذا هي ليست نقطة ~~مرتبة~~ حدية (1)

(5) نعم التحريج باستخدام عبارة بالمر $a > 0$ $(0, 1)$

$$e^x = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{c_x} > \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$$

(1)

التمرين

EMD 2

التحريج التفاضلي

Calcul différentiel

التحريج الرابع: (5)

$$f(x, y) = \cos(x) \sin(y) + \sin^2(x)$$

$$(x, y) \in]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[\times]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$$

النقاط الحرجة:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\sin(x) \sin(y) + 2 \cos(x) \sin(y) = 0 \\ \cos(x) \cdot \cos(y) = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ 0 \\ (0, \pi) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ \pi \\ (0, \pi) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{2} \\ (0, \pi) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \pi \\ \frac{\pi}{2} \\ (0, \pi) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{2} \\ (0, \pi) \end{pmatrix}$$

مبيعتها:

- $(0, \pi) \quad \Delta > 0$ نقطة انعطاف $\begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$
- $(0, \pi) \quad \Delta > 0$ هي نقطة انعطاف $\begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ \pi \end{pmatrix}$
- $(0, \pi) \quad \Delta > 0$ هي نقطة انعطاف $\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$
- $(0, \pi) \quad \Delta < 0$ و $r > 0$ هي نقطة حرجية مغزلية $\begin{pmatrix} \pi \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$
- $(0, \pi) \quad \Delta < 0$ و $r < 0$ هي نقطة حرجية كبرى $\begin{pmatrix} \frac{\pi}{3} \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$

E 11 D 2

التحريج التفاضلي

Calcul différentiel

التحريج الثالث $\textcircled{3}$

السؤال الحسابي المعطى ودينا نقطة من المستوى والهدف:

$$\textcircled{1} f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} g(x, y) = x + 2y = 3$$

$$\nabla f(x, y) = \lambda \nabla g(x, y)$$

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \lambda \\ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 2\lambda \quad \textcircled{1} \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\pi\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right) \quad \textcircled{2}$$

هي نقطة حرجية مفرقة $\textcircled{1}$

EMD 2

التصحيح الترميزي
calcul différentiel

2

2.5

التصحيح الثاني

ان كانت \sin دالة C^∞ على \mathbb{R} في كل نقطة من \mathbb{R} يمكننا اختيار
أي مكان \mathbb{R} يحتوي على $\frac{\pi}{9} = 20^\circ$ مثلا $[0, \frac{\pi}{9}]$ (1)

$$\sin\left(\frac{\pi}{9}\right) = \sin(0) + \frac{\pi}{9} \cos(0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^2 (\sin(0)) + \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^3 (-\cos(0)) + \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 \sin(c)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\pi}{9} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^3 + \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 \sin(c) \quad \text{أو } c \in]0, \frac{\pi}{9}[$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{9}\right) \approx \frac{\pi}{9} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^3 \approx 0,342 \quad (1)$$

قيمة الجيب

$$= \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 \sin(c) \leq \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{9}\right)^4 < 10^{-3}$$

$$\sin \approx \pm 0,001 \quad \checkmark (0,1)$$